Горина Лариса Владимировна,
учитель математики
МАОУ «Средняя школа № 1 г. Михайловска»
Свердловской области

Дидактический материал для индивидуальной работы с учащимися по теме: «Решение алгебраических уравнений методом замены переменной»

Дидактический материал по теме: «Решение алгебраических уравнений методом замены переменной» предназначен для учащихся 9 класса, если ориентироваться на учебник: *Алгебра: Учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др. − 12-е изд. - М. : Просвещение, 2006.* Его можно использовать как при отработке данной темы, так и при повторении в рамках подготовки к ГИА.

Все рациональные уравнения, представленные в таблице, могут быть решены методом замены переменной. Умение удачно ввести новую переменную и тем самым, свести данное уравнение к более простому виду очень важно при изучении алгебры. Следует приучать учащихся не торопиться сразу начинать преобразования в уравнении, пусть сначала посмотрят, нельзя ли выполнить замену переменной. Новая переменная в уравнениях иногда очевидна, а иногда её можно получить лишь в процессе каких-то преобразований.

Содержание таблицы

В колонке №1 содержатся биквадратные уравнения. Это уравнения, на примере которых учащиеся учатся выполнять замену переменной, знакомятся с новым методом решения уравнений и неравенств.

В колонке №2 содержатся уравнения, которые путем очевидной замены сводятся к квадратному уравнению.

В колонке №3 собраны рациональные уравнения высших степеней четырех конкретных видов:

I вид (№1 - №7) - $\mathbf{(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=k}$**, где** $\mathbf{k \neq 0}$**;**

II вид (№8 - №13) - $\mathbf{a\left(x^2+\frac{m}{x^2}\right)+b\left(x \pm \frac{m}{x}\right)+c=0}$;

III вид (№14 - №23) – $\mathbf{ax^4+bx^3+cx^2 \pm bx+a=0}$ (симметрические уравнения четвертой степени);

IV вид (№24 - №30) - $\mathbf{(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=kx^2}$**, где** $\mathbf{k \neq 0}$**.**

В колонке № 4 представлены уравнения различной структуры.

В каждой колонке таблицы представлено по 30 уравнений, из которых учитель сможет сформировать индивидуальные комплекты (карточки) по своему усмотрению - в зависимости от уровня класса и количества учащихся в нем.

Я формирую из представленных уравнений **индивидуальное домашнее задание**: учащиеся получают по одному примеру из каждой колонки таблицы. Я не составляю отдельные карточки, учащиеся решают уравнения в соответствии со своим номером в списке классного журнала. Например, ученик, находящийся в списке на 8 месте, должен решить примеры под № 8 из каждой колонки таблицы и т.д.

Домашнее задание содержит элемент самообразования, очень важный в обучении. Виды уравнений из третьей колонки таблицы предварительно не рассматривались в классе, поэтому каждый ученик в дополнение к своему комплекту получает образец решения уравнения того вида, который ему достался из третьей колонки таблицы (см. **Приложения 1, 2, 3, 4** серии «Умникам и умницам»). Самостоятельно разобравшись с материалом, учащиеся выполняют с его помощью свои задания. Каждый ученик при выполнении домашнего задания изучает один из 4 видов уравнений, а с остальными тремя он познакомится на уроке (факультативе), посвященном анализу выполнения этого домашнего задания, причем, объяснять решение уравнений будут те учащиеся, которые хорошо разобрались в материале для самообразования. Эта работа рассчитана на хорошо успевающих учащихся.

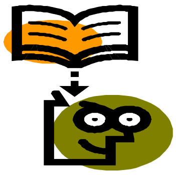
Литература

1. Алгебра: сб. заданий для подгот. к гос. итоговой аттестации в 9 кл. / Л.В.Кузнецова, С.Б.Суворова, Е.А.Бунимович и др. – 4-е изд., перераб. – М. : Просвещение, 2009. – 240 с.
2. Галицкий М.Л. и др. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: Учеб. пособие для учащихся – М.: Просвещение, 1992. – 271 с.
3. Говоров В.М., Дыбов П.Т., Мирошин Н.В., Смирнова С.Ф. Сборник конкурсных задач по математике (с методическими указаниями ирешениями). – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 384 с.
4. Сборник задач по математике для поступающих во втузы. Учеб. пособие / В.К.Егерев, Б.А. Кордемский, В.В. Зайцев и др.:Под ред. М И, Сканави. – М.: Высш. шк., 1988

Приложение 1

Серия

"Умникам и умницам"



Материал для самообразования

Тема «Рациональные уравнения высших степеней»

I вид: (x – a)(x – b)(x – c)(x – d) = k, где k ≠ 0

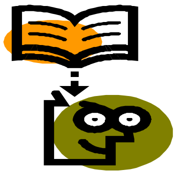
Принцип решения. Поменять местами, объединить и перемножить **по парам** те скобки, для которых суммы пар чисел **a, b, c** и **d** будут равны, и тогда будет видна замена.

Замечание. Если уравнение дано в другом виде, но путем преобразований его можно свести к данному виду, то нужно проделать эти преобразования, а уже потом рассуждать.

Пример. Решить уравнение (x - 4)(x - 3)(x - 2)(x - 1) = 24

Пошаговые комментарии и пояснения к решению задания	**Решение задания**
Шаг 1 Поменять местами, то есть, записать рядом для удобства перемножения те скобки, для которых равны суммы пар чисел	$(x - 4)(x - 1)(x - 3)(x - 2) = 24$, так как $4 + 1 = 3 + 2$.
Шаг 2 Перемножить скобки по парам и привести подобные слагаемые внутри каждой скобки	$(x^2 – x – 4x + 4)(x^2 – 2x – 3x + 6) = 24$ $(x^2 – 5x + 4)(x^2 – 5x + 6) = 24$
Шаг 3 Сделать замену переменной для удобства решения, и записать данное уравнение через новую переменную ***t***	Пусть $x^2 – 5x + 4 = \boldsymbol{t}$, то уравнение примет вид $t\cdot(t + 2) = 24$.
Шаг 4 Решить получившееся квадратное уравнение относительно переменной ***t***	$t^2 + 2t – 24 = 0$; $t_{1,2} = \dfrac{-2 \pm 10}{2}$; $t_1 = 4$; $t_2 = - 6$;
Шаг 5 Выполнить обратную замену и решить каждое уравнение, получившееся при этом, чтобы найти значения х.	1) $x^2 – 5x + 4 = 4$; $x^2 – 5x = 0$; $x = 0$; $x = 5$. 2) $x^2 – 5x + 4 = - 6$; $x^2 – 5x + 10 = 0$; нет корней.
Шаг 6 Записать ответ.	Ответ. 0; 5.

Приложение 2

Серия **"Умникам и умницам"** 	**Материал для самообразования** Тема «Рациональные уравнения высших степеней» **II вид:** $a\left(x^2+\frac{m}{x^2}\right)+b\left(x\pm\frac{m}{x}\right)+c=0$

Принцип решения. Уравнения данного вида решаются методом замены переменной.

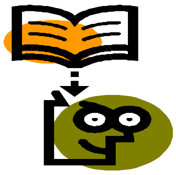
Замечание. Если уравнение дано в другом виде, но путем преобразований его можно свести к данному виду, то нужно проделать эти преобразования, а уже потом рассуждать.

Пример. $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+7\left(x-\frac{1}{x}\right)+10=0$

Пошаговые комментарии и пояснения к решению задания	**Решение задания**
Шаг 1 Сделать замену переменных.	Пусть $x-\frac{1}{x}=\boldsymbol{t}$. Возведем обе части этого равенства в квадрат: $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=t^2$, $x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=t^2$, $x^2-2+\frac{1}{x^2}=t^2$. Из получившегося равенства выразим через переменную $\boldsymbol{t}$ выражение, стоящее в первых скобках уравнения $x^2+\frac{1}{x^2}$, и получим $x^2+\frac{1}{x^2}=\boldsymbol{t}^2+2$
Шаг 2 Записать данное уравнение через новую переменную ***t***	$(t^2+2)+7t+10=0$
Шаг 3 Решить получившееся квадратное уравнение относительно переменной ***t***.	$t^2+7t+12=0$, $t_1=-4$; $t_2=-3$
Шаг 4 Выполнить обратную замену и решить каждое уравнение, получившееся при этом, чтобы найти значения x.	1) $x-\frac{1}{x}=-4$, $x^2+4x-1=0,\ x\neq0$; $x_{1,2}=-2\pm\sqrt{5}$. 2) $x-\frac{1}{x}=-3$ $x^2+3x-1=0,\ x\neq0$; $x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$.
Шаг 5 Записать ответ.	Ответ. $-2\pm\sqrt{5}$; $\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$.

Приложение 3

Серия
"Умникам и умницам"



Материал для самообразования

Тема «Рациональные уравнения высших степеней»

III вид: $ax^4 + bx^3 + cx^2 \pm bx + a = 0$

Определение. Уравнение вида $\mathbf{ax^4 + bx^3 + cx^2 \pm bx + a = 0}$ является симметрическим четвертой степени, потому что крайние коэффициенты ***a*** и ***b*** симметричны относительно коэффициента ***c***.

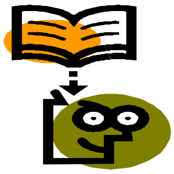
Пример. Решить уравнение $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0$

Пошаговые комментарии и пояснения к решению задания	Решение задания
Шаг 1 Доказать, что x = 0 не является корнем уравнения	Проверка. **x = 0** Левая часть: 0 + 1 = 1. Правая часть: 0. $1 \neq 0$, значит, x = 0 не является корнем данного уравнения.
Шаг 2 Разделить обе части уравнения на $\mathbf{x^2}$	Разделим обе части уравнения на $\mathbf{x^2}$: $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0 \quad \vert : x^2$ $x^2 - 7x + 14 - \frac{7}{x} + \frac{1}{x^2} = 0.$
Шаг 3 Сделать группировку слагаемых так, чтобы привести получившееся уравнение к изученному ранее виду ***II***.	$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(7x + \frac{7}{x}\right) + 14 = 0,$ $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 14 = 0,$
Шаг 4 Сделать замену переменных и записать данное уравнение через новую переменную ***t***	Пусть $x + \frac{1}{x} = \boldsymbol{t}$, то $x^2 + \frac{1}{x^2} = \boldsymbol{t}^2 - 2$. $(t^2 - 2) - 7t + 14 = 0$,
Шаг 5 Решить получившееся квадратное уравнение относительно переменной ***t***	$t^2 - 7t + 12 = 0,$ $t_1 = 4; \quad t_2 = 3$.
Шаг 6 Выполнить обратную замену и решить каждое уравнение, получившееся при этом, чтобы найти значения x.	1) $x + \frac{1}{x} = 4$, $x^2 - 4x + 1 = 0, x \neq 0;$ $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}.$ 2) $x + \frac{1}{x} = 3$ $x^2 - 3x + 1 = 0, x \neq 0;$ $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}.$
Шаг 7 Записать ответ.	Ответ. $2 \pm \sqrt{3}$; $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Приложение 4

Серия

"Умникам и умницам"



Материал для самообразования

Тема «Рациональные уравнения высших степеней»

IV вид: $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=kx^2$, где $k \neq 0$

Принцип решения. Поменять местами, объединить и перемножить **по парам** те скобки, для которых произведения пар чисел **a, b, c** и **d** будут равны, и тогда будет видна замена.

Замечание. Если уравнение дано в другом виде, но путем преобразований его можно свести к данному виду, то нужно проделать эти преобразования, а уже потом рассуждать.

Пример. Решить уравнение $(x+2)(x+3)(x+8)(x+12)=4x^2$

Пошаговые комментарии и пояснения к решению задания	Решение задания
Шаг 1 Поменять местами, то есть, записать рядом для удобства перемножения те скобки, для которых равны произведения чисел.	$(x+2)(x+12)(x+3)(x+8)=4x^2$, так как $2\cdot12=3\cdot8$.
Шаг 2 Перемножить скобки по парам и привести подобные слагаемые внутри каждой скобки.	$(x^2+2x+12x+24)(x^2+3x+8x+24)=4x^2$, $(x^2+14x+24)(x^2+11x+24)=4x^2$,
Шаг 3 Доказать, что $x=0$ не является корнем уравнения.	Проверка. $\mathbf{x=0}$. Левая часть: $24\cdot24=576$. Правая часть: $4\cdot0=0$. $576\neq0$, значит, $x=0$ не является корнем данного уравнения.
Шаг 4 Разделить обе части уравнения на $\mathbf{x^2}$, причем деление в каждой скобке левой части выполнять почленно: первую скобку поделить на **x** и вторую скобку поделить на **x**, в итоге получится, что левая часть будет разделена на $\mathbf{x^2}$.	Разделим обе части уравнения на $\mathbf{x^2}$: $(x^2+14x+24)(x^2+11x+24)=4x^2 \,\big\vert : x^2$ $\left(x+14+\frac{24}{x}\right)\left(x+11+\frac{24}{x}\right)=4$.
Шаг 5 Сделать замену переменных для удобства решения, то есть, записать данное уравнение через новую переменную ***t.***	Пусть $x+11+\frac{24}{x}=\boldsymbol{t}$, то уравнение примет вид $(\boldsymbol{t}+3)\cdot\boldsymbol{t}=4$.
Шаг 6 Решить получившееся квадратное уравнение относительно переменной ***t.***	$t^2+3t-4=0$, $t_1=1$; $t_2=-4$;
Шаг 7 Выполнить обратную замену и решить каждое уравнение, получившееся при этом, чтобы найти значения x.	$x+11+\frac{24}{x}=1$ $x+11+\frac{24}{x}=-4$ $\frac{x^2+10x+24}{x}=0$ $\frac{x^2+15x+24}{x}=0$ $x^2+10x+24=0,\ x\neq0$ $x^2+15x+24=0,\ x\neq0$ $x_{1,2}=\frac{-10\pm2}{2}$; $x_{1,2}=\frac{-15\pm\sqrt{129}}{2}$; $x_1=4$; $x_2=-6$;
Шаг 8 Записать ответ.	Ответ. - 6; 4; $\frac{-15\pm\sqrt{129}}{2}$.

Индивидуальное домашнее задание по теме: ««**Решение алгебраических уравнений методом замены переменной»**

Принцип решения

Какое-то одно и то же выражение, встречающееся в уравнении, обозначается новой переменной, которая упрощает вид уравнения и тем самым облегчает его решение. Замена переменной выполняется сразу, как только становится видна. Иногда, прежде чем сделать замену переменной, уравнение нужно преобразовать. После решения уравнения с новой переменной, необходимо сделать обратную замену для нахождения окончательного ответа.

№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
1. $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$ 2. $2x^4 - 19x^2 + 17 = 0$ 3. $x^4 + 2x^2 - 24 = 0$ 4. $9x^4 + 23x^2 - 12 = 0$ 5. $x^4 + 8x^2 - 33 = 0$	1. $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12$ 2. $(x^2 - x)(x^2 - x - 2) = 8$ 3. $(x^2 - 6x)^2 - 2(x - 3)^2 = 81$ 4. $(x^2 + 2x)^2 - (x^2 + 2x) = 56$ 5. $(x^2 - 8)^2 + 4(x^2 - 8) - 5 = 0$	1. $x(x + 4)(x + 5)(x + 9) = -96$ 2. $(x^2 - x - 2)(x + 4)(x + 7) = 63$ 3. $(x - 2)(x - 3)^2(x - 4) - 20 = 0$ 4. $(x^2 + 3x + 2)(x^2 - 9x + 20) = -5$ 5. $x(x+3)(x+5)(x+8) - 100 = 0$	1. $\frac{1}{x^2+2x-3} + \frac{18}{x^2+2x+2} = \frac{18}{x^2+2x+1}$ 2. $\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2} + \frac{x^2+2x+2}{x^2+2x+3} = \frac{7}{6}$ 3. $\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$ 4. $\frac{3x^2}{(x-1)^2} - \frac{5x}{x-1} = 2;$ 5. $\frac{x+\frac{1}{x}}{\left(x-1+\frac{1}{x}\right)^2} = \frac{10}{9}$
6. $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ 7. $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$ 8. $20x^4 - x^2 - 1 = 0$ 9. $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$ 10. $x^4 - 40x^2 + 144 = 0$	6. $(x^2 + 6x)^2 + 8(x^2 + 6x) - 9 = 0$ 7. $(x^2 - 2x)^2 - 3x^2 + 6x - 4 = 0$ 8. $(x^2 + 2x)^2 + (x + 1)^2 = 57$ 9. $(x^2 - 7x)^2 - 18(x^2 - 7x) = 360$ 10. $(x^2 - 2x + 1)^2 + 2(x^2 - 2x) = 22$	6. $x(x + 2)(x + 3)(x + 5) = 72$ 7. $(x^2 - 5x)(x + 3)(x - 8) + 108 = 0$ 8. $7\left(x+\frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right) = 9.$ 9. $\left(x^2+\frac{4}{x^2}\right) - \left(x-\frac{2}{x}\right) - 10 = 0.$ 10. $x^2 + 5x + 8 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0.$	6. $\frac{21}{x^2-4x+10} = x^2 - 4x + 6;$ 7. $\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x-1)(x+4)} = 1;$ 8. $\frac{x^2-x}{x^2-x+1} - \frac{x^2-x+2}{x^2-x-2} = 1.$ 9. $\frac{3x+7}{5x-1} + \frac{5x-1}{3x+7} = 5{,}2;$ 10. $\frac{x}{x+1} - 7\frac{x+1}{x} = 4$

11. $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ 12. $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$ 13. $x^4 - 18x^2 + 81=0$ 14. $x^4 - 8x^2 - 20 = 0$ 15. $5x^4 - 4x^2 + 1 = 0$	11. $(x^2 + x - 5)^2 - 3(x^2 + x) + 17 = 0$ 12. $(x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) = 144$ 13. $(x^2 + 2x)^2 - 4(x + 1)^2 + 7 = 0$ 14. $(x^2 - 5x)^2 - 30(x^2 - 5x) = 216$ 15. $(2x^2 + 3x)^2 - 7(2x^2 + 3x) = -10$	11. $\left(x^2+\frac{16}{x^2}\right)-\left(x+\frac{4}{x}\right)=12.$ 12. $6x^2+\frac{6}{x^2}+5x+\frac{5}{x}-38=0.$ 13. $4\tilde{o}^2+\frac{4}{\tilde{o}^2}+12\tilde{o}+\frac{12}{\tilde{o}}=47$ 14. $x^4-5x^3+8x^2-5x+1=0$ 15. $2x^4+3x^3-16x^2+3x+2=0$	11. $\frac{x^2+x-5}{x}+\frac{3x}{x^2+x-5}+4=0;$ 12. $\left(\frac{5x+1}{2x-3}\right)^2+\left(\frac{2x-3}{5x+1}\right)^2=9\frac{1}{9}.$ 13. $\frac{\tilde{o}-3}{\tilde{o}^2+4\tilde{o}+9}+\frac{\tilde{o}^2+4\tilde{o}+9}{\tilde{o}-3}=-2;$ 14. $\frac{1}{x^2-2x+2}+\frac{2}{x^2-2x+3}=\frac{6}{x^2-2x+4}$ 15. $\frac{3}{x^2-2x-2}-x^2+2x=0.$
16. $x^4 - 12x^2 + 32 = 0$ 17. $x^4 - 20x^2 + 96 = 0$ 18. $6x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ 19. $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$ 20. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$	16. $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x - 3) = 5$ 17. $(x^2 - 4x)^2 + 9(x^2 - 4x) + 20 = 0$ 18. $(x^2 + 4x)^2 + 10(x^2 + 4x) + 24 = 0$ 19. $(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0$ 20. $(x^2 + 3)^2 - 7(x^2 + 3) + 12 = 0$	16. $2x^4 + x^3 - 11x^2 + x + 2 = 0$ 17. $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$ 18. $6x^4 + 7x^3 - 36x^2 - 7x + 6 = 0$ 19. $x^4 - 2x^3 - 22x^2 - 2x + 1 = 0$ 20. $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$	16. $\frac{x^2+4x}{7x-2}-\frac{12-42x}{x^2+4x}=7$ 17. $\frac{1}{x^2+2x+4}-\frac{1}{x^2+2x+5}=\frac{1}{12}.$ 18. $\frac{\tilde{o}}{\tilde{o}^2-2}+\frac{6(\tilde{o}^2-2)}{\tilde{o}}=7;$ 19. $\frac{\tilde{o}^2+1}{\tilde{o}}+\frac{\tilde{o}}{\tilde{o}^2+1}=-2,5;$ 20. $\frac{24}{x^2+2x-8}-\frac{15}{x^2+2x-3}=2;$
21. $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ 22. $3x^4 - 7x^2 + 2 = 0$ 23. $x^4 + x^2 - 30 = 0$ 24. $x^4 - 4x^2 - 45 = 0$ 25. $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$	21. $(2x^2 - x+1)^2 - 2(2x^2 - x+1) + 1 = 0$ 22. $(x^2 - 5x + 2)(x^2 - 5x - 1) = 28$ 23. $(x + 3)^4 - 13(x + 3)^2 + 36 = 0$ 24. $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 10) + 24 = 0$ 25. $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 3) + 1 = 0$	21. $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$ 22. $2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2 = 0$ 23. $2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$ 24. $(x + 4)(x - 2)(x + 5)(10 - x) - 54x^2 = 0$ 25. $(x - 3)(x + 9)(x^2 - 4x - 12) = 300x^2;$	21. $\frac{5}{\tilde{o}(\tilde{o}+4)}+\frac{8}{\tilde{o}^2+4\tilde{o}+3}=2;$ 22. $\frac{x^2-2x}{4x-3}+5=\frac{16x-12}{2x-x^2}$ 23. $\frac{(x^2-6x)^2}{(x-3)^2}-2=\frac{81}{(x-3)^2}$ 24. $\frac{2x+1}{x}+\frac{4x}{2x+1}=5;$ 25. $\left(\frac{4\tilde{o}-5}{3\tilde{o}+2}\right)^2+\left(\frac{3\tilde{o}+2}{5-4x}\right)^2=4,25.$

26. $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$ 27. $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$ 28. $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ 29. $256x^4 - 32x^2 + 1 = 0$ 30. $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$	26. $(x^2 + 6x)^2 + 5(x^2 + 6x) - 24 = 0$ 27. $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 3)(x - 2) = 1$ 28. $(2x^2 + 3x - 1)^2 - 10x^2 - 15x + 9 = 0$ 29. $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) = 8$ 30. $(2x - 1)^4 - (2x - 1)^2 - 12 = 0$	26. $(5x^2 - 7x + 3)(5x^2 + x + 3) = 20x^2$. 27. $(x + 2)(x - 3)(x - 1)(x + 6) = 40x^2$ 28. $4(x + 5)(x + 6)(x + 10)(x + 12) = 3x^2$ 29. $(x + 4)(x - 3)(x^2 + 4x - 12) - 10x^2 = 0$ 30. $(2x^2 - 3x + 1)(2x^2 + 5x + 1) = 9x^2$.	26. $1 - \frac{15}{(x^2 - 4x)^2} = \frac{2}{x^2 - 4x}$. 27. $4\left(\frac{x+1}{x^2}\right)^2 + 5\left(\frac{x+1}{x^2}\right) + 1 = 0$ 28. $6\left(\frac{2x+3}{3x+2}\right)^2 - 13\left(\frac{2x+3}{3x+2}\right) + 6 = 0$ 29. $4\left(2x - \frac{1}{6}\right)^4 + 7\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + 6 = 0$ 30. $3\left(\frac{x+3}{1-3x}\right)^2 + 10\left(\frac{x+3}{1-3x}\right) + 3 = 0$